

# **Mecklenburg-Vorpommern**



**Dieses Dokument kann strukturelle Abweichungen vom derzeit gültigen Abitur aufweisen. Dennoch können Inhalte und Kompetenzen dieser Aufgaben einen wertvollen Beitrag in der Prüfungsvorbereitung leisten.**

## **Musterabitur aus dem Jahr 2021**

### **Mathematik**

#### **Leistungskurs**

#### **Prüfungsteil A – hilfsmittelfreie Aufgaben**

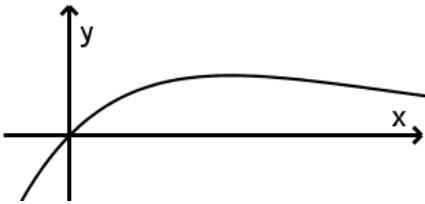
Name, Vorname: \_\_\_\_\_

**Arbeitsblatt**

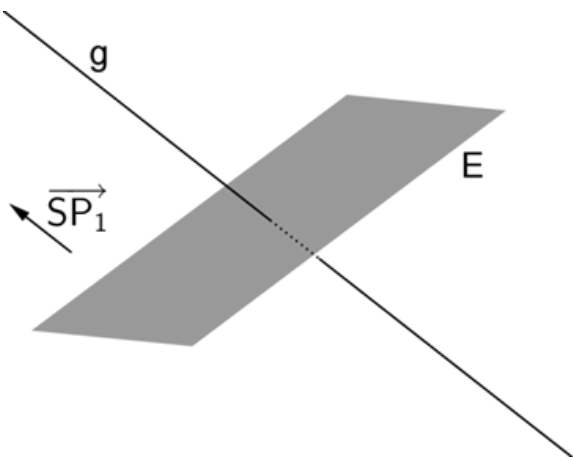
Dieses Arbeitsblatt ist ohne Zuhilfenahme von Tafelwerk oder Taschenrechner zu bearbeiten. Zusätzliche Lösungsblätter sind mit Ihrem Namen zu versehen und in dieses Arbeitsblatt einzulegen.

Für dieses Arbeitsblatt beträgt die Bearbeitungszeit maximal 100 Minuten.

Zu bearbeiten sind die **vier** Pflichtaufgaben sowie **zwei** der drei Wahlaufgaben.

1 <b>Analysis – Pflichtaufgabe</b>	BE
<p>Die Abbildung zeigt den Graphen der Funktion <math>f</math> mit <math>f(x) = x \cdot e^{-x}</math> und <math>x \in \mathbb{R}</math>. Betrachtet werden die Dreiecke mit den Eckpunkten <math>O(0 0)</math>, <math>P(a 0)</math> und <math>Q(a f(a))</math> mit <math>a \in \mathbb{R}^+</math>.</p>	
<p>1.1      Begründen Sie, dass der Flächeninhalt jedes dieser Dreiecke mit dem Term <math>\frac{1}{2} a^2 e^{-a}</math> bestimmt werden kann.</p>	2
<p>1.2      Unter den betrachteten Dreiecken hat eines den größten Flächeninhalt. Bestimmen Sie den zugehörigen Wert von <math>a</math>.</p>	3

2 <b>Analysis – Pflichtaufgabe</b>	BE
Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f$ mit $f(x) = \sin x$ und $g(x) = x$ . Die Graphen von $f$ und $g$ haben in ihrem einzigen gemeinsamen Punkt $O(0 0)$ die gleiche Steigung.	
2.1      Ermitteln Sie den Inhalt der Fläche, die der Graph von $f$ , der Graph von $g$ und die Gerade mit der Gleichung $x = \pi$ einschließen.	3
2.2      Geben Sie eine Gleichung einer Tangente an den Graphen von $f$ an, die die beiden folgenden Eigenschaften hat: <ul style="list-style-type: none"><li>• Die Tangente verläuft parallel zum Graphen von <math>g</math>.</li><li>• Die Tangente enthält nicht den Punkt <math>O</math>.</li></ul>	2

3 Analytische Geometrie – Pflichtaufgabe	BE
<p>Die Gerade <math>g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}</math> mit <math>r \in \mathbb{R}</math> und die Ebene <math>E: x + 2y - 2z = 2</math> schneiden sich im Punkt S.</p>	
<p>3.1 Berechnen Sie die Koordinaten von S.</p>	3
<p>3.2 Der Punkt <math>P_1</math> liegt auf <math>g</math>, aber nicht in <math>E</math>. Die Abbildung zeigt die Ebene <math>E</math>, die Gerade <math>g</math> sowie einen Repräsentanten des Vektors <math>\overrightarrow{SP_1}</math>. Für den Punkt <math>P_2</math> gilt <math>\overrightarrow{OP_2} = \overrightarrow{OP_1} - 4 \cdot \overrightarrow{SP_1}</math>, wobei <math>O</math> den Koordinatenursprung bezeichnet. Zeichnen Sie die Punkte S, <math>P_1</math> und <math>P_2</math> in die Abbildung ein.</p> 	2

4 Stochastik – Pflichtaufgabe	BE
<p>Ein Glücksrad hat drei Sektoren, einen blauen, einen gelben und einen roten. Diese sind unterschiedlich groß. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beim einmaligen Drehen der blaue Sektor getroffen wird, beträgt <math>p</math>.</p>	
4.1 Interpretieren Sie den Term $(1-p)^7$ im Sachzusammenhang.	2
4.2 Das Glücksrad wird zehnmal gedreht. Geben Sie einen Term an, mit dem die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet werden kann, dass der blaue Sektor genau zweimal getroffen wird.	1
4.3 Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beim einmaligen Drehen der gelbe Sektor getroffen wird, beträgt 50 %. Felix hat 100 Drehungen des Glücksrads beobachtet und festgestellt, dass bei diesen der Anteil der Drehungen, bei denen der gelbe Sektor getroffen wurde, deutlich geringer als 50 % war. Er folgert: „Der Anteil der Drehungen, bei denen der gelbe Sektor getroffen wird, muss also bei den nächsten 100 Drehungen deutlich größer als 50 % sein.“ Beurteilen Sie die Aussage von Felix.	2

Von den folgenden drei Wahlaufgaben sind **zwei** zu bearbeiten.

### 5 Analysis – Wahlaufgabe

BE

Abbildung 1 stellt für einen Wassertank die Zufluss- bzw. Abflussrate (in  $\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ ) von Wasser für einen Beobachtungszeitraum von sechs Stunden dar. Zu Beginn der Beobachtung enthält der Tank  $2 \text{ m}^3$  Wasser.

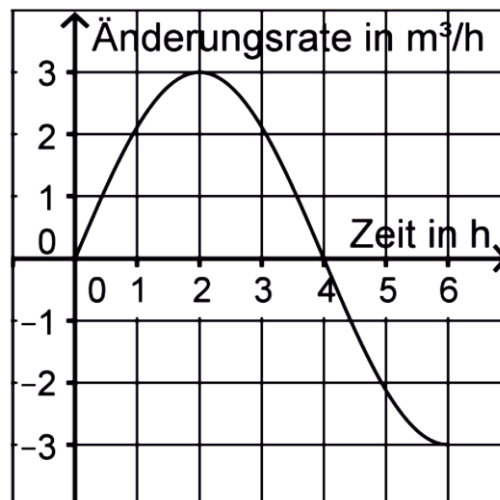


Abbildung 1

- 5.1 Bestimmen Sie das Volumen des Wassers, das sich zwei Stunden nach Beobachtungsbeginn im Tank befindet.

2

- 5.2 Skizzieren Sie in Abbildung 2 den Graphen, der die Entwicklung des Volumens des Wassers im Tank in Abhängigkeit von der Zeit darstellt.

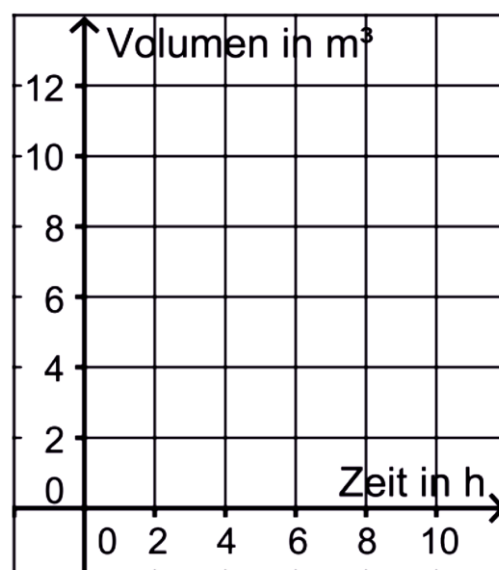


Abbildung 2

3

6 Analytische Geometrie – Wahlaufgabe	BE
<p>Der Punkt <math>P(0 1 5)</math> ist Eckpunkt eines Quadrats. Orthogonal zu der Ebene, in der dieses Quadrat liegt, verläuft die Gerade <math>g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}</math> mit <math>t \in \mathbb{R}</math>.</p>	
6.1 Begründen Sie, dass das Quadrat in der yz-Ebene liegt.	2
6.2 Der Schnittpunkt der beiden Diagonalen des Quadrats liegt auf der Gerade g, der Punkt $Q(0 8 4)$ in der yz-Ebene. Zeigen Sie, dass Q einer der beiden Eckpunkte des Quadrats ist, die dem Eckpunkt P benachbart sind.	3

7 Stochastik – Wahlaufgabe	BE
<p>Eine Urne A ist mit fünf roten und fünf blauen Kugeln gefüllt, eine Urne B mit <math>n</math> roten und <math>3 \cdot n</math> blauen, wobei <math>n &gt; 0</math> gilt. Aus der Urne A wird eine Kugel zufällig entnommen und in die Urne B gelegt. Danach wird aus der Urne B eine Kugel zufällig entnommen und in die Urne A gelegt. Nun befindet sich in der Urne A eine unbekannte Anzahl roter Kugeln.</p>	
<p>7.1 Geben Sie alle Möglichkeiten für diese unbekannte Anzahl an.</p>	1
<p>7.2 Für einen bestimmten Wert von <math>n</math> beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die unbekannte Anzahl roter Kugeln in der Urne A fünf ist, <math>\frac{15}{29}</math>.</p> <p>Bestimmen Sie diesen Wert von <math>n</math>.</p>	4